

Аннотация дисциплины Б.1.1.7 Дисциплина. Математика

Дисциплина "Математика" изучается обучающимися по основной профессиональной образовательной программе "Прикладная статистика и анализ данных" направления подготовки "01.03.05 Статистика".

Дисциплина изучается в 1, 2 семестре. Общая трудоемкость дисциплины составляет 260/9 часов/з.ед. Самостоятельная работа заключается в выполнении работ, указанных в разделе 4.

В ходе изучения дисциплины осуществляется текущий контроль в форме технологии рейтингового контроля в соответствии с технологической карты дисциплины, размещенной на электронном курсе, а также промежуточный контроль в форме зачет, экзамен.

Целью изучения дисциплины является формирование следующих компетенций:

1. УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

В ходе изучения дисциплины последовательно рассматриваются темы:

1. № 1. Введение в курс математики. Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам первой строки. Определители n -го порядка. Основные свойства определителей. Теорема о разложении определителя по элементам произвольного ряда. Теорема об аннулировании определителя.
2. № 2. Матрица, ее размер. Квадратная матрица, основные понятия (порядок, единичная матрица, невырожденная, треугольная). Равенство матриц, сложение матриц, свойства. Умножение матрицы на число, свойства. Произведение матриц, свойства. Обратная матрица, теорема существования, теорема единственности. Ранг матрицы.
3. № 3. Системы линейных уравнений, основные понятия (решение, совместные, несовместные, определенные, неопределенные, однородные, неоднородные). Правило Крамера, теорема Крамера. Матричная запись и решение в матричной форме систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение произвольных систем линейных уравнений методом Гаусса. Условие существования нетривиального решения однородной системы.
4. № 4. Скалярные и векторные физические величины (скорость, ускорение). Векторы, основные понятия. Равенство векторов. Линейные операции с векторами, свойства. Орт вектора. Теорема (признак коллинеарности векторов в геометрической форме). Проекция точки, вектора на ось. Составляющая вектора. Основные теоремы о проекциях.
5. № 5. Прямоугольная система координат. Координаты точки и вектора. Действия над векторами, заданными своими координатами: условие равенства, линейные операции, признак коллинеарности. Разложение вектора на составляющие по осям координат. Модуль вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства, запись в координатной форме, некоторые приложения скалярного произведения. Направляющие косинусы вектора.
6. № 6. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты. Некоторые приложения векторного произведения. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Свойства смешанного произведения векторов. Выражение смешанного произведения векторов через координаты, некоторые приложения смешанного произведения.
7. № 7. Предмет аналитической геометрии. Линии на плоскости и их уравнения. Две основные задачи аналитической геометрии. Полярные координаты на плоскости и их связь с декартовыми. Преобразование системы координат: параллельный перенос осей координат, поворот осей координат. Прямая на плоскости. Уравнение прямой,

проходящей через данную точку в данном направлении. Уравнение прямой с нормальным вектором и точкой. Общее уравнение прямой на плоскости и его частные случаи. Уравнение прямой с угловым коэффициентом и начальной ординатой. Геометрический смысл коэффициентов.

8. № 8. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Уравнение прямой в отрезках. Полярное уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.
9. № 9. Кривые второго порядка на плоскости. Окружность, эллипс, гипербола и парабола как геометрические места точек на плоскости. Канонические уравнения. Симметрия. Исследование формы. Эксцентриситет. Общее уравнение линий второго порядка.
10. № 10. Поверхность и ее уравнение. Уравнения линии в пространстве. Уравнения плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках; нормальное уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
11. № 11. Уравнения прямой в пространстве: векторное уравнение прямой; параметрические уравнения прямой; канонические уравнения прямой; уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки; общие уравнения прямой. Прямая линия в пространстве. Основные задачи: угол между двумя прямыми; условия параллельности и перпендикулярности прямых; условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости. Прямая и плоскость в пространстве. Основные задачи: угол между прямой и плоскостью; условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости; пересечение прямой с плоскостью; условие принадлежности прямой плоскости.
12. № 12. Цилиндрические поверхности. Поверхности вращения. Конические поверхности. Канонические уравнения поверхностей второго порядка: эллипсоид, однополостный гиперболоид, двухполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка.
13. № 13. Определение линейного пространства и подпространства. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Линейная зависимость векторов в R^2 и R^3 . Линейная зависимость $(n+1)$ векторов в R^n . Размерность и базис линейного пространства. Канонический базис n -мерного пространства.
14. № 14. Координаты вектора. Линейная комбинация векторов. Разложение вектора по n -мерному каноническому базису. Матрица системы векторов. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора.
15. № 15. Определение евклидова пространства. Скалярное произведение в R^n . Длина вектора и формула для косинуса угла между векторами в R^n . Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные, ортонормированные системы векторов. Произведение матриц в векторной форме. Ортонормированный базис. Выражение скалярного произведения через координаты в ортонормированном базисе.
16. № 16. Определение линейного преобразования. Матрица линейного преобразования. Связь между координатами вектора и его образа. Зависимость между матрицами одного и того же преобразования в различных базисах. Характеристическое уравнение линейного преобразования.
17. № 17. Произведение линейных преобразований. Сумма линейных преобразований. Преобразование, обратное данному линейному преобразованию. Собственные

- значения и собственные векторы линейного преобразования. Нахождение собственных векторов линейного преобразования.
18. № 18. Приведение матрицы преобразования к диагональному виду. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования. Симметричные линейные преобразования. Приведение к диагональному виду матрицы симметрического преобразования. Квадратичные формы. Матричная запись квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Знакоопределенные квадратичные формы. Ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду.
19. № 1. Действительные числа. Арифметические операции над вещественными числами и их упорядочение. Непрерывность множества вещественных чисел. Ограниченные числовые множества, максимумы, минимумы. Символы математической логики, их использование. Числовая последовательность. Определение, способы задания, арифметические действия, ограниченные и неограниченные числовые последовательности. Абсолютная величина действительного числа. Постоянные и переменные величины. Числовые промежутки (конечные и бесконечные). Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности: определения и их основные свойства. Сходящиеся последовательности. Предел числовой последовательности. Монотонные последовательности. Функции, способы их задания. Классификация функций. Основные элементарные функции. Простейшие функциональные зависимости (прямая пропорциональная, линейная, обратная пропорциональная, квадратичная).
20. № 2. Бесконечно малые функции и их свойства. Предел функции в точке (через асимптотическое выражение). Основные теоремы о пределах. Сложная функция и ее предел. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции при x стремящемся к бесконечности. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке. Асимптотическое выражение для непрерывной функции в малой окрестности точки. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
21. № 3. Обратная функция. Непрерывность обратной функции. Бесконечно большая функция. Теоремы о связи бесконечно большой и бесконечно малой функций. Вертикальная асимптота графика функции. Горизонтальная асимптота графика функции. Наклонные асимптоты, необходимое и достаточное условия их существования. Сравнение бесконечно малых функций. Свойства эквивалентных бесконечно малых. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Теорема о единственности главной части степенного вида. Порядок бесконечно малой. Аппроксимация бесконечно малой степенной функцией.
22. № 4. Линейная аппроксимация (линеаризация) функции в окрестности точки. Определение дифференцируемой функции. Приращение функции и дифференциал. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Производная функции, ее прикладной смысл в различных задачах. Алгоритм нахождения дифференциала и производной. Связь между дифференцируемостью функции и существованием у нее производной. Дифференциал независимой переменной. Производная как отношение дифференциалов. Понятие касательной к кривой. Геометрический смысл производной и дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Таблица производных.
23. № 5. Производная и дифференциал суммы, произведения, частного функций. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала. Производная обратной функции. Логарифмическая производная. Метод логарифмического дифференцирования. Дифференцирование неявной функции. Применение линейной аппроксимации функции к приближенным

- вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков. Физический смысл производной второго порядка. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
24. № 6. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, их геометрический смысл. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей. Возрастающая и убывающая функции. Достаточный признак возрастания, убывания, постоянства функции. Точки экстремума функции. Необходимый признак экстремума. Первый и второй достаточные признаки экстремума функции.
 25. № 7. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке, алгоритм нахождения. Выпуклость, вогнутость графика функции. Достаточное условие выпуклости, вогнутости графика функции. Точки перегиба. Необходимое и достаточное условия существования точки перегиба. Общая схема исследования функции. Построение графиков.
 26. № 8. Некоторые понятия топологии (окрестность точки, внутренняя точка множества, открытое множество, замкнутое множество, связность). Функция двух и нескольких переменных как функция точки. Естественная область определения. Геометрическое изображение функции двух переменных. Построение областей, получаемых пересечением поверхностей. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Свойства функций непрерывных в ограниченной замкнутой области. Частные производные и дифференциалы. Их геометрический смысл. Полное приращение функции нескольких переменных. Приращение линейной функции, линейная аппроксимация функции в окрестности точки. Дифференцируемость. Полный дифференциал. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Применение полного дифференциала к оценке погрешности.
 27. № 9. Частные производные высших порядков. Равенство смешанных производных. Производная функции, заданной неявно. Производная сложной функции. Полная производная. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума и его геометрический смысл. Достаточное условие экстремума. Абсолютный экстремум и алгоритм нахождения. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
 28. № 10. Комплексные числа, арифметические действия над комплексными числами в алгебраической форме. Изображение комплексных чисел на плоскости (точечная и векторная интерпретация). Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме и их геометрическая интерпретация. Возведение в степень. Извлечение корня из комплексного числа в тригонометрической форме. Геометрический смысл операции извлечения корня.
 29. № 11. Первообразная функция. Теорема о разности двух первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица простейших интегралов. Инвариантность вида интеграла от выбора аргумента (принцип подведения под знак дифференциала).
 30. № 12. Основные методы интегрирования: разложения, интегрирование подстановкой, интегрирование по частям. Возвратное интегрирование.
 31. № 13. Конечные уравнения (основные понятия). Формулировка теоремы Гаусса. Алгоритм деления многочлена с остатком. Теорема Безу. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей.
 32. № 14. Интегралы от иррациональных функций. Интегрирование иррациональных функций ,

содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций с помощью тригонометрических подстановок. Нахождение неопределенных интегралов с помощью справочника. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

33. № 15. Общая схема построения определенных интегралов по фигуре. Плотность распределения массы по фигуре. Задача о массе фигуры. Определение определенного интеграла по фигуре. Виды интегралов. Достаточное условие существования определенных интегралов. Свойства определенных интегралов по фигуре. Геометрический смысл: задача об объеме цилиндрического тела, о площади цилиндрической поверхности.
34. № 16. Определенный интеграл по отрезку, его геометрический смысл. Свойства определенного интеграла, теорема об оценке интеграла, о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной.
35. № 17. Геометрические приложения определенного интеграла, вычисление площадей, длины дуги, объема тела по площадям поперечных сечений, объема тела вращения. Вычисление массы прямого стержня. Несобственные интегралы 1 и 2 рода.
36. № 18. Числовая последовательность и ее предел. Признак Вейерштрасса. Понятие числового ряда. Частичная сумма ряда. Сходимость и сумма ряда. Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд. Обобщенно гармонический ряд. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши.
37. № 19. Знакопеременные ряды. Достаточное условие сходимости знакопеременного ряда. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопеременяющегося ряда. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Конструкция области сходимости. Радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.
38. № 20. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение функций в степенной ряд. Ряд Тейлора и Маклорена. Остаточный член формулы Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда Тейлора к порождающей его функции. Разложение функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, в ряд Маклорена. Вычисление значений функции, вычисление интегралов и решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.

Основными стратегическими образовательными технологиями являются: лекционные занятия, практические занятия, исследовательские, процедуры самообучения.

В рамках указанных технологий применяются тактические образовательные технологии: задания, классическая лекция, информационные.